

МАТЕРИАЛ ИЗ ИНСТИТУТА
НЕ РАСПРОСТРАНЯТЬ
НЕ ИСПОЛЬЗОВАТЬ
В ОТКРЫТОЙ ПЕЧАТИ

Т Р У Д Ы

ЦЕНТРАЛЬНОГО АЭРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
им. проф. Н. Е. Жуковского

Для служебного пользования

Экз. № 18

Выпуск 1057

О РАСЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ СРЫВНЫХ ЗОН

В. Я. Нейланд, Л. А. Соколов

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ОТДЕЛ ЦАГИ

Москва 1967

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В работе приведен метод расчета двумерных стационарных сверхзвуковых течений со срывными зонами. В общем случае положение точек отрыва и присоединения не считается заранее известным и определяется при расчетах.

По существу изложенный в настоящей работе метод основан на результатах работы [1]. Отличие состоит во введении поправок, необходимых при расчете области присоединения турбулентной зоны смещения к поверхности тела.

Приведены примеры расчетов турбулентных срывных зон и сравнения их с экспериментальными данными.

Научно-техническая
БИБЛИОТЕКА ЦАГИ
№ 1

12491/ос

ВВЕДЕНИЕ

Точных в математическом смысле методов расчета течений со срывными зонами в настоящее время нет. В связи с этим широкое развитие получили различные приближенные и полуэмпирические методы. Широко применяется упрощенная модель течения со срывной зоной, которая основана на предположении о сохранении постоянной величины давления почти во всей области течения „заторможенного газа“. Весьма широкая область применения изобарической модели связана с тем, что в развитых срывных зонах скоростные напоры в области возвратных течений оказываются малыми. Изобарическая модель зоны позволяет легко рассчитать сверхзвуковое течение на ее внешней границе. Чтобы определить положение точек отрыва и присоединения, обычно необходимо рассчитать пограничный слой до точки отрыва и зону смещения, а также использовать соотношения, связывающие параметры вязких областей течения с перепадами давления в окрестности точек отрыва и присоединения. Соответствующие соотношения для течения в окрестности точки отрыва обычно получают на основании экспериментальных данных, например, в работе [2]. Для определения перепада давлений около точки присоединения широко применялся критерий Корста—Чепмена [3] и [4]. По существу он основан на предположении о том, что в окрестности точки присоединения можно пренебречь влиянием вязких и турбулентных напряжений.

Позднейшие исследования показали, что для турбулентного течения это допущение приводит к серьезным количественным погрешностям [5]. В настоящей работе предложена поправка к критерию Корста. Она получена на основании аналогии между течениями перед точкой отрыва и после точки присоединения. Ее проверка проведена с помощью метода, развитого в работе [6] для ламинарного течения. Для турбулентного течения аналогичной прямой проверки не проводилось. Однако ее использование приводит к удовлетворительному совпадению расчетных и экспериментальных данных для срывных зон различного типа. Соответствующее сравнение проведено в настоящей работе. Другой подход к уточнению условия Корста—Чепмена применялся в работах [5] и [7].

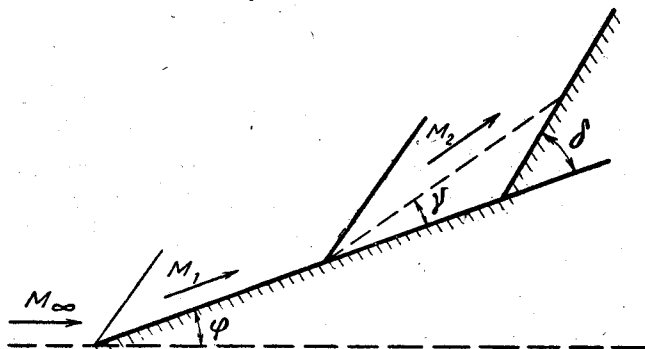
МЕТОД РАСЧЕТА

На фиг. 1 показана модель течения со срывной зоной, используемая в данной работе.

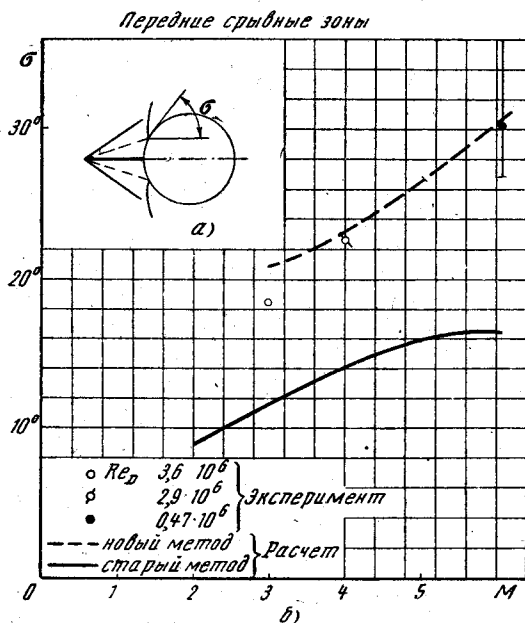
Краткое описание и разбор этой модели приведены во введении, подробное — в работе [1]. Различные вопросы, связанные с рассматриваемой моделью течения и ее обоснованием, рассмотрены в работах [2]—[11] и во многих других, обзор которых не является целью настоящей статьи.

В общем случае расчет конфигурации срывной зоны начинается с расчета пограничного слоя от передней критической точки до предполагаемой точки отрыва.

Точку отрыва в общем случае приходится искать методом проб и поправок. Исключением является, например, случай сверхзвукового обтекания сферы с иглой, когда могут существовать режимы обтекания, при которых расстояние от критической точки иглы до точки отрыва пренебрежимо мало по сравнению с длиной срывной зоны.



Фиг. 1



В подобных случаях можно заранее предполагать, что точка отрыва совпадает с концом иглы. Схема такого течения показана на фиг. 2, а. Решение задачи для сферы с иглой при ламинарном течении получено в работе [10]. Для турбулентного течения подобные расчеты (без учета влияния турбулентного трения на течение за точкой присоединения) проведены в работах [9] и [11]. Как будет показано ниже, при этом может возникать серьезное расхождение между расчетными и экспериментальными данными.

Другим случаем, в котором положение точки отрыва может быть заранее известным, является обтекание срывной зоны, расположенной непосредственно за угловой точкой контура тела. При этом в окрестности точки отрыва обычно начинается волна разрежения, а давление в срывной зоне оказывается меньшим, чем давление на поверхности тела перед угловой точкой.

Для расчета начальной толщины зоны смещения и профиля скорости и энтальпии в начальном сечении предполагается, что при прохождении через область разрежения вдоль струек тока подошедшего пограничного слоя сохраняется полное давление и энтальпия торможения. Это приближенное предположение в 1960 г. сделал Ферри. Связь между профилями скорости в пограничном слое до и после точки отрыва может быть представлена следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} U_{i2} &= \frac{-b - \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}, \\ -b &= \left(1 - \frac{T_w}{T_e}\right) \frac{1}{U_{e2}} + \frac{x-1}{2} M_{2e}^2 \frac{1}{U_{e2}}, \\ a &= \frac{1}{(20,046)^2 M_{2i}^2 T_e} + \frac{x-1}{2} M_{2e}^2 \frac{1}{U_{e2}^2}, \\ c &= \frac{T_w}{T_e}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Индексами w, e, i отмечены значения параметров на поверхности в присоединенном пограничном слое, на внешней границе пограничного слоя и на промежуточных линиях соответственно.

Если давление в срывной зоне по какой-либо причине возрастает и становится больше, чем давление перед точкой отрыва, точка отрыва начинает смещаться вверх по потоку от угловой точки контура. Частный пример течения такого типа рассмотрен в работе [12]. Тогда положение точки отрыва становится неизвестным и подлежит определению.

Задавшись положением точки отрыва, необходимо рассчитать характеристики пограничного слоя в этой точке при безотрывном обтекании одним из известных методов. В настоящей работе, например, для расчета турбулентного пограничного слоя на пластине использовались результаты работы [13]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta^*}{L} &= \frac{0,058}{1,6 J^{(3)}} Re_L^{-0,2} \left(1 + 0,72 \frac{x-1}{2} M_\delta^2\right)^{-0,65}; \\ J^{(3)} &= J^{(1)} - \int_0^1 \bar{\rho} \bar{U}^2 d\bar{y}; \quad J^{(1)} = \int_0^1 \frac{(1 - \alpha^2) \bar{U} d\bar{y}}{q_w + (1 - q_w) \bar{U} - \alpha^2 \bar{U}^2}; \\ \bar{\rho} &= \frac{1 - \alpha^2}{q_w + (1 - q_w) \bar{U} - \alpha^2 \bar{U}^2}; \quad \alpha^2 = \frac{M_e^2/2}{M_e^2/2 + 1(x-1)}; \quad \bar{U} = \bar{y}^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (2')$$

Величина давления в срывной зоне определяется вычисленным по характеристикам вязкой и невязкой областей течений с помощью следующей полуэмпирической формулы, предложенной в работе [2]:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{x M_1^2}{2} A \xi^{1/2} \sqrt{\frac{2c_{f0}}{(M_1^2 - 1)^{1/2}}}, \quad (3)$$

где p — давление, x — отношение удельных теплоемкостей газа, c_{f0} — местный коэффициент сопротивления трения в точке O для невозмущенного пограничного слоя. Коэффициент ξ — отношение значений коэффициентов давления c_p при повороте сверхзвукового потока, вычисленных для данного угла отрыва по формулам для косоугольного скачка уплотнения и по линейной теории. Значения коэффициента A , согласно работе [2], равны 1,47 и 6 для ламинарного и турбулентного пограничных слоев соответственно. Индексы 1 и 2 соответствуют областям течения в невязком потоке на границе пограничного слоя до и после точки отрыва. В простейшем случае безотрывного течения около пластины или конуса, как известно, значение c_{f0} для ламинарного пограничного слоя можно представить следующей формулой:

$$c_{f0} = 0,664 \sqrt{\frac{(1+2j)\lambda_w}{Re_x}}, \quad (4)$$

где $j=0$ или 1 для пластины и конуса соответственно, $\lambda_w = (T_w/T_1)^{0,24}$ — температурный фактор, а Re_x — местное значение числа Рейнольдса, вычисленное по значениям параметров на внешней границе пограничного слоя и расстоянию x от передней кромки. Подобные формулы получены в разных предположениях во многих работах. Однако приведенная формула, по-видимому, наилучшим образом удовлетворяет экспериментальным данным в широком диапазоне значений чисел M и Re .

Расчет течения в турбулентной зоне смешения можно провести, используя, например, решение, полученное в работе [3]. Влиянием возвратных течений на характеристики течения в зоне смешения в пределах точности рассматриваемого приближенного метода расчета можно пренебречь [14]. Если отрыв сопровождается уменьшением давления, форму начального профиля скорости можно определить, используя гипотезу Ферри.

Если отрыв сопровождается повышением давления, то для определения формы начального профиля скорости приходится использовать, кроме условия сохранения массы, допущение о форме профиля сразу за точкой отрыва. В данной работе задавали следующий профиль скорости: $\bar{U} = \bar{y}^{1/7}$.

Толщина потери импульса пограничного слоя оказывает заметное влияние на характеристики зоны смешения при довольно больших величинах отношения длины зоны смешения к толщине потери импульса. Это видно из приведенных ниже результатов. Влияние же формы профиля скорости в начальном сечении зоны смешения при фиксированной величине толщины потери импульса оказывается небольшим и быстро исчезает при удалении от точки отрыва.

Турбулентная область смешения описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{U_e} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Начальные и краевые условия:

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}(0, y > \delta) &= 1, & \bar{U}(x, \infty) &= 1, \\ \bar{U}(0, 0 \leq y \leq \delta) &= \bar{U}(y), & \bar{U}(x, -\infty) &= 0, \\ \bar{U}(0, y < 0) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $\bar{U}(y)$ — профиль скорости в зоне смешения сразу после отрыва.

Чтобы свести к задаче Корста, преобразуем координату y :

$$\bar{y} = \frac{y}{\delta},$$

тогда

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{U_e} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{y}^2} \frac{1}{\delta}. \quad (7)$$

В этих координатах \bar{y} оказывается безразмерным и нормированным:

$$\varepsilon = \frac{1}{2\sigma^2} x U_e f\left(\frac{y}{\delta}\right),$$

где

$$\sigma = 12 + 2,578 M, \quad f(\psi) = 1 + 0,334(x^{-13,1} - 1) \exp(-b\psi).$$

Если ввести

$$\xi = k \int_0^\psi \psi f(\psi) d\psi, \quad (8)$$

где $k = \frac{1}{2\sigma^2}$, то окончательно

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{y}^2}. \quad (9)$$

Начальные условия:

$$\bar{U} = \begin{cases} 1 & \bar{y} > 1, \\ \bar{U}(\bar{y}) & 0 \leq \bar{y} \leq 1, \\ 0 & \bar{y} < 0; \end{cases} \quad (10)$$

граничные условия:

$$\bar{U}(\xi, \infty) = 1, \quad \bar{U}(\xi, -\infty) = 0. \quad (11)$$

Решение задачи (9) с условиями (10) и (11) имеет вид

$$\bar{U} = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{erf}(\eta - \eta_p)] + \frac{1}{V\pi} \int_{\eta - \eta_p}^{\eta} \bar{U} \left(\frac{\eta - \beta}{\eta_p} \right) e^{-\beta^2} d\beta, \quad (12)$$

где $\eta_p = \frac{1}{2\sqrt{\xi}}$, $\eta = \bar{y}\eta_p$.

С помощью уравнений сохранения массы и продольного импульса можно получить следующее уравнение для определения скорости на разделяющей линии тока:

$$\int_{\eta_j}^{\infty} \rho \bar{U}(1 - \bar{U}) d\bar{\eta} = \int_{-\infty}^{\eta_j} \rho \bar{U}^2 d\bar{\eta} + \eta_p \left[\int_0^1 \bar{U}(1 - \bar{U}) d\bar{y} \right]_{x=0}.$$

Вблизи точки присоединения потока к поверхности тела резко возрастает давление. Линии тока, расположенные в нижней части зоны смещения, имеют малые скоростные напоры. Они не могут продолжать движения в область с высоким статическим давлением и поворачивают обратно в срывную зону. Линия тока, проходящая через точку отрыва, при симметричном обтекании тел должна проходить и через точку ветвления зоны смещения. Это следует из условия сохранения массы при стационарном течении в срывной зоне. При несимметричных, но стационарных течениях условие сохранения массы выполняется интегрально. Подробный анализ таких течений можно найти, например, в работах [15]—[17]. За точкой ветвления происходит дальнейший рост давления [5]. В этой области он не сопровождается поворотом течения в струйках тока обратно в срывную зону.

Существенное влияние оказывает действие сил вязкого и турбулентного трения. Профиль скорости в присоединившемся пограничном слое быстро перестраивается. В критической точке он близок, по крайней мере вблизи стенки, к отрывному, так как там $\frac{\partial U}{\partial y} = 0$. Вдали, если форма тела плоская, он переходит в такой профиль, который примерно соответствует течению около плоской пластины. Резкая перестройка профиля скорости сопровождается быстрым изменением толщины вытеснения. Это вызывает изменение давления в сверхзвуковом потоке, что в свою очередь ведет к возрастанию толщины пограничного слоя. Нетрудно видеть, что описываемая схема течения соответствует так называемой схеме течения со свободным взаимодействием, которая характерна для течения перед точкой отрыва. Течение со свободным взаимодействием перед точкой отрыва в настоящее время хорошо изучено и для ламинарных и для турбулентных пограничных слоев. Для него имеются подробные расчетные и экспериментальные данные (например, [2] и [6]). Установлена связь между переходом давления (расположенным между областью невозмущенного течения и точкой отрыва) и характеристиками сверхзвукового потока и пограничного слоя. В настоящей работе предлагается использовать соотношение такого типа. При этом вместо характеристик невозмущенного сверхзвукового потока и пограничного слоя перед точкой отрыва в него должны входить соответствующие характеристики невозмущенного потока за точкой присоединения. Тогда вместо известной формулы Корста—Чепмена получается следующая формула:

$$\frac{p_3}{p_2} = \left[\frac{1 + \frac{x-1}{2} M_2^2}{1 + (1 - \bar{U}^2) \frac{x-1}{2} M_2^2} \right]^{\frac{x}{x-1}} \left[1 + \frac{x M_3^2 A}{2} \xi^{1/2} \sqrt{\frac{2c_f}{(M_3^2 - 1)^{1/2}}} \right], \quad (13)$$

где \bar{U} — скорость на разделяющей линии тока; значения коэффициента $A = 0,81; 4,22$ для турбулентного и ламинарного пограничных слоев соответственно; индексы 2 и 3 соответствуют областям течения в невязком потоке на границе пограничного слоя до и после точек присоединения.

Величина c_f должна вычисляться по толщине потери импульса присоединившегося пограничного слоя, и для турбулентного пограничного слоя имеет вид

$$c_f = \frac{0,058}{Re_x^{0,2} \left(1 + 0,72 \frac{x-1}{2} M_3^2 \right)^{0,65}},$$

где Re_x — число Рейнольдса, вычисленное по длине эквивалентной пластины и параметрам за точкой присоединения, „эквивалентность“ устанавливалась по равенству расходов в пограничном слое. Для ламинарного пограничного слоя значение величины c_f дано выше.

Для случая ламинарного течения в срывной зоне формула (13) проверялась с помощью метода, аналогичного использованному в работе [6]. Косвенной проверкой для случая присоединения турбулентной срывной зоны являются приведенные ниже результаты расчетов различных течений и их сравнение с экспериментальными данными.

Разумеется, формула (13) является приближенной и требуются дальнейшие экспериментальные и расчетные исследования для ее уточнения.

Однако предлагаемая форма поправки является весьма простой и довольно точной. В связи с этим она позволяет сделать некоторые весьма полезные качественные и количественные выводы.

Во-первых, очевидно, что при ламинарном течении величина поправки значительно меньше, чем при турбулентном течении. Кроме того, она уменьшается с ростом числа Re . Это значит, что результаты расчетов для ламинарных срывных течений, выполненных с использованием формулы Чепмена, практически не нуждаются в уточнении.

Во-вторых, для турбулентного течения величина поправки слабо зависит от числа Re , рассчитанного на единицу длины.

Величина поправки существенно зависит от числа M_∞ присоединившегося потока. В следующем разделе будут приведены результаты расчетов, выполненных с учетом и без учета поправки к формуле Корста—Чепмена. Сравнение расчетных данных с экспериментом показывает, что для расчета течений с турбулентными срывными зонами использование поправки к условию Корста—Чепмена в форме (13) или в какой-либо другой форме является необходимым для получения более или менее точных результатов.

Используя формулу (13), можно определить угол, под которым должно происходить присоединение потока к поверхности тела. Если этот угол не совпадает с углом наклона поверхности в точке присоединения, то нужно изменить положение точки отрыва, которое приняли в начале расчета. Часто бывает удобно принять, что наклон поверхности тела такой, как получился в расчете.

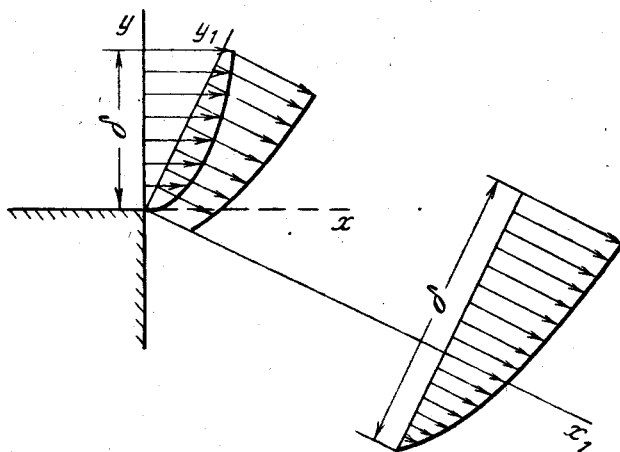
Например, такой метод удобен при определении зависимости размера срывной зоны на теле со щитком от угла отклонения щитка. При этом по размеру срывной зоны определяется угол отклонения щитка, т. е. решается обратная задача. Для решения прямой задачи необходимо проводить расчет методом проб и поправок (или каким-либо другим методом, включающим повторение расчетов).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ТУРБУЛЕНТНЫХ СРЫВНЫХ ЗОН НА ТЕЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

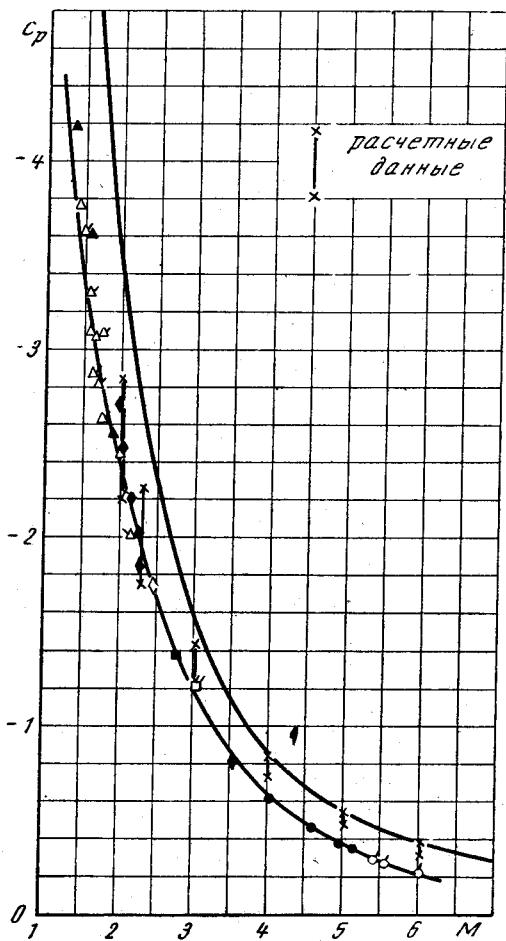
Метод расчета, изложенный в предыдущем разделе, применялся для расчета течений с развитыми срывными зонами на сфере с иглой (фиг. 2, а), за уступом (фиг. 3) и около угловой точки контура (фиг. 1).

В первом и втором случаях положение точки отрыва известно заранее.

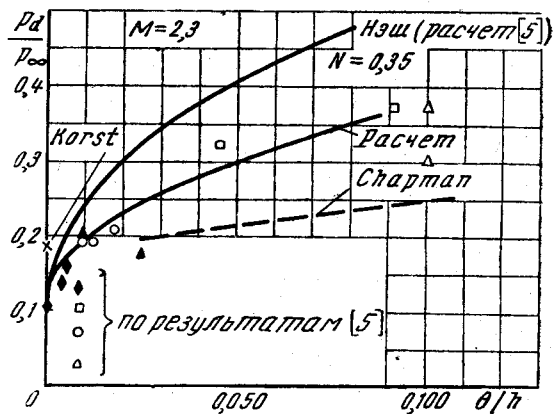
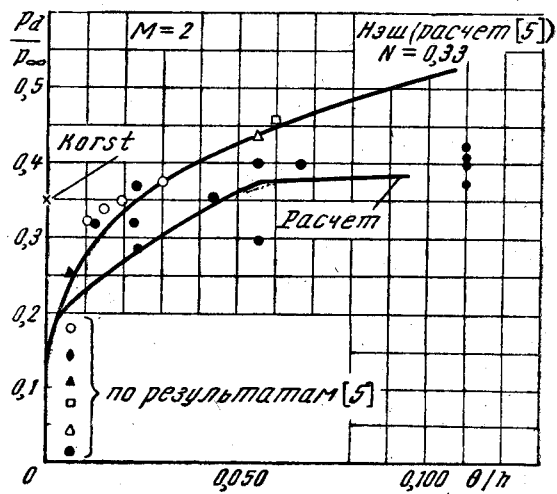
Для сферы с достаточно короткой иглой, кроме того, можно не учитывать влияния на характеристики течения начальной толщины пограничного слоя. Давление в передней срывной зоне однозначно определяется величиной угла раствора конической срывной зоны. Значение угла раствора срывной зоны связано простыми геометрическими соотношениями с величиной угла встречи зоны смещения с поверхностью тела. (Предполагается, что толщина зоны смещения пренебрежимо мала по сравнению с радиусом сферы). Геометрия течения такова, что небольшое изменение угла раствора срывной зоны (и давления в зоне) соответствует большому изменению угла встречи зоны смещения с поверхностью тела, поэтому сравнение расчетных данных на фиг. 2, б проведено для угла встречи. На этой же фигуре изображены результаты эксперимента, принадлежащие В. Т. Харитонову. Можно видеть, что расчет с учетом предложенной в настоящей работе поправки приводит к удовлетворительному совпадению с результатами эксперимента. Формула Корста дает значения угла встречи, заниженные примерно в 1,5—2 раза.



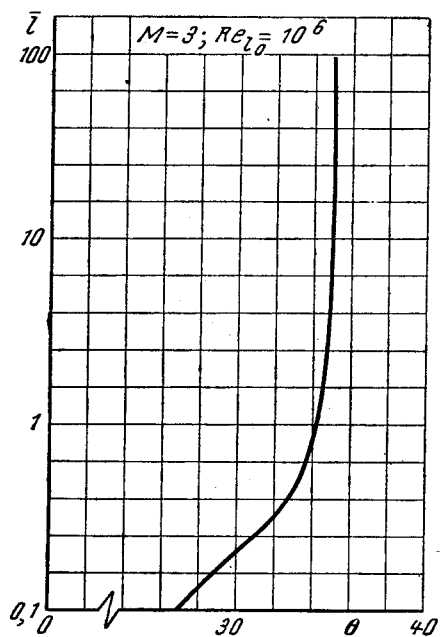
Фиг. 3



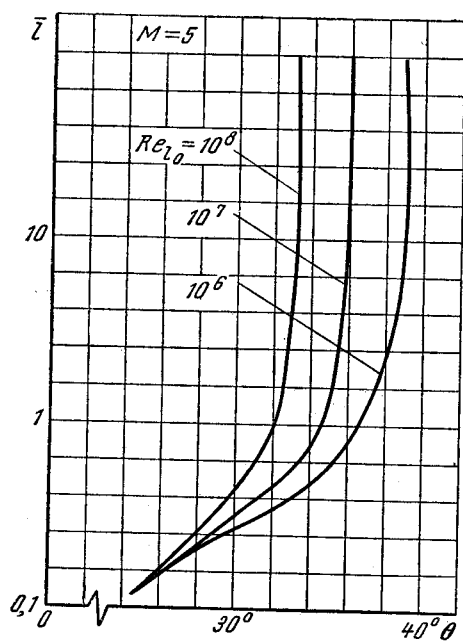
Фиг. 4



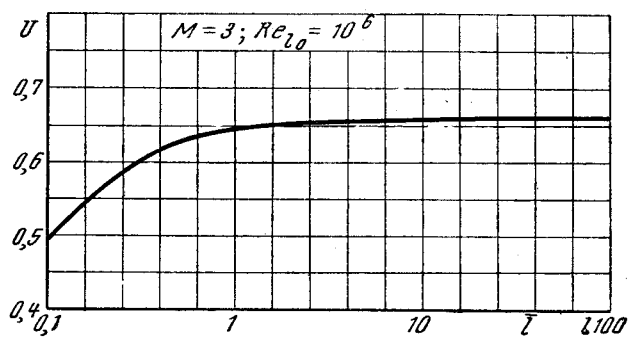
Фиг. 5



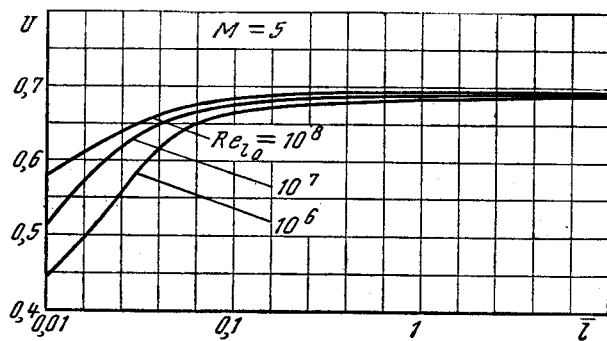
Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9

Результаты расчетов донного давления за уступом (фиг. 3) приведены на фиг. 4 и 5. На фиг. 5 приведена зависимость донного давления от толщины потери импульса турбулентного пограничного слоя в точке отрыва, отнесенной к высоте ступеньки. При малых значениях толщины потери импульса с ростом ее донное давление быстро возрастает.

Совпадение расчетных данных данной работы с экспериментальными данными [5] является удовлетворительным. Значение, соответствующее теории Корста, при нулевой начальной толщине пограничного слоя оказывается завышенным более чем в 1,5 раза.

На фиг. 6--9 приведены результаты расчетов размеров зон отрыва при различной величине угла отклонения поверхности тела, показанного на фиг. 1.

Заметим, что метод, развитый в настоящей работе, так же, как и в других работах, в которых используется условие Корста, нельзя применять для малых срывных зон. Он не годится и для определения минимального угла отклонения поверхности тела, вызывающего отрыв пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. Это связано с основными допущениями, положенными в основу используемой модели течения.

Для решения задач такого типа можно использовать методы, связанные с использованием интегральных уравнений пограничного слоя [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я., О расчете характеристик срывной зоны и донного давления при обтекании тел сверхзвуковым потоком газа, „Инженерный журнал“, том V, вып. 1, 1965.
2. Erdos J. and Pallone A., Shock-boundary layer interaction and flow separation, Proceeding of the 1962 Heat Transfer and Fluid Mechanic Institute, Stanford, 1962.
3. Korst H., Page R. and Childs, A Theory for Base Pressures in Transonic and Supersonic Flow, „J. Appl. Mech.“, № 4, vol. 23, 1956.
4. Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K., Investigation of Separated Flows in Supersonic and Subsonic Streams with Emphasis on the Effects on Transition, NACA Rep. 1356, 1958.
5. Nash I. F. An Analysis of Two-Dimensional Turbulent Base Flow Including the Effect of the Approaching Boundary Layer, ARC RM 3344, 1963.
6. Елькин Ю. Г., Нейланд В. Я., О расчете характеристик ламинарных срывных зон, „Инженерный журнал“, т. V, вып. 5, 1965.
7. Mc. Donald, Turbulent Shear Layer Re-Attachment with Special Emphasis on the Base Pressure Problem, The Aeronautical Quarterly I—III, 1964, vol. 15, Part 3, p. 247—280, 1964.
8. Юделович М. Я., Приближенная методика расчета донного давления для тел сферической формы, Известия АН СССР, Механика № 3, 1965.
9. Демьянов Ю. А. и Шманенков В. Н., Турбулентная отрывная зона в потоке сжимаемого газа, Известия АН СССР, Механика № 3, 1965.
10. Нейланд В. Я. и Таганов Г. И., О конфигурации передних срывных зон при симметричном обтекании тел сверхзвуковым потоком газа, „Инженерный журнал“, том III, вып. 2, 1963.
11. Нейланд В. Я., О влиянии теплообмена и турбулентного течения в области смешения на характеристики срывных зон, „Инженерный журнал“ т. IV, вып. 1, 1964.
12. Нейланд В. Я., Обтекание пластины под углом атаки гиперзвуковым потоком вязкого газа, „Инженерный журнал“, том III, вып. 3, 1963.
13. Белянин Н., Расчет турбулентного пограничного слоя в сжимаемой жидкости при $Pr=1$, Труды ЦИАМ № 326, 1958.
14. Нейланд В. Я., Таганов Г. И., О характере течений в срывной зоне, „Инженерный журнал“, т. II, вып. 3, 1962.
15. Тагиров Р. К., Расчет теплоточков при обтекании уступа двумя разными сверхзвуковыми потоками, Известия АН СССР, Механика и машиностроение № 6, 1963.
16. Нейланд В. Я., Таганов Г. И., Передняя срывная зона при несимметричном обтекании тела с иглой сверхзвуковым потоком газа, „Инженерный журнал“, т. III, вып. 3, 1963.
17. Нейланд В. Я., Соколов Л. А., Донное давление за клином под углом атаки в сверхзвуковом потоке газа, „Инженерный журнал“, т. IV, вып. 2, 1964.